

文章编号:1673-9469(2023)04-0009-09

DOI:10.3969/j.issn.1673-9469.2023.04.002

岩层运动并行计算系统 StrataKing 及应用

王学滨¹, 余保健², 马立强^{3,4}, 李小帅², 张钦杰², 杜 轩²

(1. 辽宁工程技术大学 计算力学研究所, 辽宁 阜新 123000; 2. 辽宁工程技术大学 力学与工程学院, 辽宁 阜新 123000; 3. 中国矿业大学 矿业工程学院, 江苏 徐州 221116; 4. 新疆工程学院 矿业工程与地质学院, 新疆 乌鲁木齐 830023)

摘要: 为了克服国外串行商业软件的功能有限、计算规模小和计算效率低的问题, 历时 10 余年, 自主研发了拉格朗日元与离散元耦合的岩层运动 GPU 并行计算系统 StrataKing。介绍了 StrataKing 的计算流程、基本原理和功能, 各计算模块均在 GPU 上执行。通过模拟三点弯梁的开裂过程, 检验了 StrataKing 的正确性。在静水压力条件下, 当单元数目较多时, 巷道围岩的裂纹以更加弯曲、柔美而非突兀、生硬状向围岩深部发展, 这与塑性力学中圆环形的各处均破坏的塑性区有所不同。在采动条件下, 工作面煤壁超前支承压力和水平应力均具有峰值, 后者与岩层之间的黏结作用有关, 这与基于连续介质假定的厚壁筒径向应力特征有所不同。由此, StrataKing 的大规模计算能力、丰富的功能和行业鲜明特色得到了进一步呈现。

关键词: 岩层运动; 并行计算; GPU; 开裂; 工作面; 巷道

中图分类号: TD8; X936

文献标识码: A

Parallel Computing System of Strata Motion (StrataKing) and Its Applications

WANG Xuebin¹, YU Baojian², MA Liqiang^{3,4}, LI Xiaoshuai², ZHANG Qinjie², DU Xuan²

(1. Institute of Computational Mechanics, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, China;

2. College of Mechanics and Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, China;

3. School of Mining, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China;

4. College of Mining Engineering and Geology, Xinjiang Institute of Engineering, Urumqi, Xinjiang 830023, China)

Abstract: Foreign various commercial serial softwares possess some disadvantages, such as the limited applicability, small-scale computing capacity and low efficiency. To overcome these disadvantages, we developed StrataKing (a GPU parallel computing system of strata motion) based on the hybrid Lagrangian-discrete element method in the past more than ten years. In this paper, the flow chart, basic principle and main features were introduced. Each computing modules were executed on GPU. The validation of StrataKing was conducted by modeling the cracking process of the three-point bending beam. Under the hydrostatic pressure, for finer meshes, cracks in the vicinity of the tunnel are more curved and gentle, extending toward the depth. The phenomenon is different from of the ring plastic zone in which failure occurs everywhere in plastic mechanics. During excavation, the peaks of the abutment and horizontal pressures were presented. The latter is related to the cohesion between strata, which is different from the radical stress of the thick-wall tube based on the continuous assumption. Thus, the large-scale computing capacity, wide applicability and apparent mining characteristics of StrataKing were further demonstrated.

Key words: strata motion; parallel computing; GPU; cracking; working face; tunnel

收稿日期:2023-03-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52074142)

作者简介:王学滨(1975-),男,黑龙江双鸭山人,博士,教授,博士生导师,从事工程材料变形、破坏及稳定性方面的研究。

科学计算是继理论研究和实验研究之后出现的第三种科学研究手段。随着社会的进步,科学计算的地位变得愈发重要,而其他研究手段的重要性则有所降低。科学计算可用于结构优化、工艺筛选和科学现象探索等诸多方面,发挥着至关重要甚至不可替代的作用。

科学计算可用于土木、交通、能源、材料、国防、机械、兵器、航空和航天等诸多工程领域,由此带来了有关产品的研制效率和可靠性大幅提高,有关工程的建设更加经济、安全和高效。在欧美,普遍认为“基于模拟的工程应成为工程与科学领域国家优先发展项目”“从竞争中胜出,就是从计算中胜出”。科学计算需要一定的计算机硬件和软件或程序的支撑。目前,科学计算的作用在一些领域还未充分发挥出来。根源之一是科技人员平时接触到的科学计算仅是在微机上利用国外的串行商业软件进行的。这些计算的规模小(通常仅几十万个单元),效率低,模型较粗糙。随着各界计算机软件或程序开发水平和使用水平的提升,上述情况会逐渐得到改善。

力学分析软件或程序主要基于连续方法、非连续方法和连续-非连续方法。后者兼具前两者的优点(例如,连续方法的计算精度高和非连续方法的适用性广)正在快速发展。在国际上,有限元与离散元耦合方法已取得了诸多的进展^[1-4]。本文作者团队历时10余年,自主开发了与有限元与离散元耦合方法相平行的一种新的连续-非连续方法^[5-7],即拉格朗日元与离散元耦合方法。以拉格朗日元取代有限元法的目的是该方法适于求解大变形问题,不受负刚度问题困扰。近年来,通过引入GPU并行计算技术,上述方法的计算效率和计算规模得以极大提升,为进一步应用奠定了坚实的基础。该方法的程序已被命名为StrataKing(王之岩层,岩层之王)^[8-9]。StrataKing的功能较为强大,主要面向矿业领域,特色较为鲜明。

本文介绍了StrataKing的计算流程、基本原理和功能。通过模拟三点弯梁的开裂过程,在一定程度上检验了StrataKing的正确性。通过模拟静水压力条件下圆形巷道围岩的开裂过程和采动条件下采场岩层的运动过程,呈现了区别于基于传统理论的新颖结果,进一步展示了StrataKing的大规模计算能力、丰富功能和矿业鲜明特色。

1 岩层运动并行计算系统 StrataKing

1.1 计算流程

岩层运动并行计算系统 StrataKing 是在 Visual-

Studio 平台上基于 C++ 语言开发的。在该系统中,采用面向对象的程序设计理念,以更加直观地反映事物属性及事物之间的关系;采用统一计算设备架构(CUDA)对该系统进行并行化处理;采用跨平台的 C++ 图形用户界面应用程序框架 Qt 对计算结果进行可视化。在该系统中,CPU 和 GPU 各司其职,以发挥 CPU 擅长控制而 GPU 擅长繁重计算的各自优势。CPU 是主处理器,称为主机端;GPU 是协处理器,称为设备端。

图 1 为该系统的流程图。该流程主要包含前处理部分、计算部分和后处理部分。在上述 3 个部分执行前,首先应声明头文件和类。

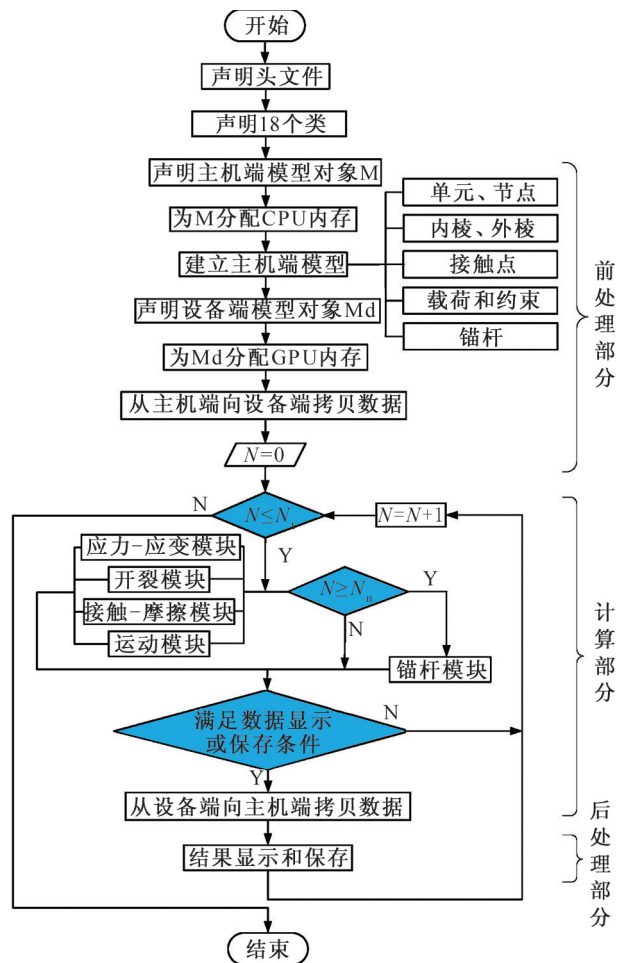


图 1 岩层运动并行计算系统 StrataKing 的流程图

Fig. 1 The flow chart of the parallel computing system of strata motion (StrataKing)

在前处理中,首先,对主机端模型类 Model 进行实例化,声明主机端模型对象 M(以下简称主机端模型,用于存储主机端模型数据);然后,建立主机端模型,其包括单元、节点、内棱(单元的边被称为棱。对于任 1 条棱,若被 2 个单元所拥有,则该棱被称为内棱)、外棱(对于任 1 条棱,若仅被 1 个

单元所拥有,则该棱被称为外棱)、接触点、载荷、约束和锚杆等;最后,声明设备端对象 Md,并将主机端模型数据传输至设备端。通过 CUDA 的内存操作函数 cudaMemcpy(),进行主机端与设备端之间的数据传输。

计算部分包含运行在主机端的主体循环函数和运行在设备端的核函数。主体循环函数用于控制计算进程并调用核函数;核函数用于指定各线程所需执行的任务。主体循环的具体流程如下:

(1)当时步数目 $N=0$ 时,计算开始。当 $N < N_n$ (锚杆起始计算时步)时,设备端执行应力-应变模块、开裂模块、接触-摩擦模块和运动模块;当 $N \geq N_n$ 时,设备端执行上述四大模块和锚杆模块。各模块均被设计成若干个核函数。各核函数并非依次执行,某些可以并发执行。通过给某些核函数分配不同的 CUDA 流并通过设置栅栏实现数据同步。

(2)每次循环完毕后,需检测是否达到数据或云图显示和保存的间隔。若达到,则通过 cudaMemcpy()将数据由设备端拷贝回至主机端,以便于对数据或云图进行输出和可视化。

(3)上述流程被依次执行一次后, N 加1,直到 $N > N_n$ (总时步数目)时,循环结束。在后处理中,进行计算结果的显示和保存。

1.2 功能

本构模型包括两类:单元内部的和单元之间的。单元内部的本构模型为广义胡克定律。所谓的单元内部的本构模型其实是子单元的。一个四边形单元被剖分成两套三角形子单元,即两种覆盖。四边形单元的应力、应变通过对子单元的应力、应变取平均获得。单元之间的本构模型包括两种:一种是虚拟裂纹模型,另一种是岩层之间界面的黏结模型。前者适于模拟两个相邻单元沿边界开裂的应变软化(甚至脆性),后者可以反映两岩层之间的黏结特性。单元类型通常为正方形单元。

通过删除单元的方式模拟巷道和工作面的开挖。开挖方式包括3种:瞬时开挖、以某一单元为中心向外逐圈删除单元的方式和通过将施加在开挖边界上的力逐渐卸去的方式。对于第2种,卸荷速度通过删除两圈单元的时间步隔来确定。对于第3种,将开挖边界以内的单元删除,与此同时,在开挖边界上施加力等于被删除单元对开挖边界的弹性力,其随后随着时步数目的增加而下降。当应力降至零时,开挖完成。

计算模式包括准静力和动力两种。对于前者,与时间有关的量不是真实的,而是虚拟的,例如,速度、加速度和质量,适于模拟时间较长的过程,例如,煤层开采。此时,更关注最终的结果。对于后者,与时间相关的量是真实的,适于模拟某一时间较短的过程。例如,巷道冲击。

目前,不允许单元内部开裂,仅允许单元沿边界开裂。这样,若干原本离散的单元或从母体中脱离出来的若干单元堆积在一起后,可以承受过高的应力,这与实际情况不符。为此,需要对这些单元的应力进行处理。应力跌落方式包括两种:球应力不变和围压不变。

2 计算模型及结果分析

2.1 计算模型

共计算了4个算例,计算条件均为平面应变、大变形,计算模型的示意图见图2,部分参数见表1。

算例1用于模拟三点弯梁的开裂过程。模型被划分为 100×30 个正方形单元。在梁上边界跨中节点上施加向下的速度 v ,不考虑重力作用。计算模式为准静力。应力跌落方式为球应力不变。法向黏聚力 σ_n 和法向张开度 w 之间的关系为指数形式:

$$\sigma_n = \sigma_t e^{-\frac{\sigma_t}{G} w} \quad (1)$$

式中: σ_t 为抗拉强度,Pa; G 为 I 型断裂能, $G = 100 \text{ N/m}$ 。

算例2—3用于模拟静水压力条件下圆形巷道的开裂过程,单元数分别为25万和400万。对于算例2—3,巷道开挖之前的模型分别被划分为 500×500 和 2000×2000 个正方形单元。不考虑重力作用。计算模式为准静力。应力跌落方式为球应力不变。计算过程包括下列3步:首先,在压应力作用下,将模型计算至平衡,算例2—3分别消耗6248和25000个时步;其次,在模型中部以将施加在开挖边界上的力逐渐卸去的方式开挖巷道(半径为0.8m),算例2—3分别消耗20833和83333个时步;最后,在巷道开挖完毕后,继续计算。

算例4用于模拟采动条件下采场的岩层运动过程。工作面开采之前的模型被划分为 800×233 个正方形单元。计算模式为准静力。应力跌落方式为球应力不变。计算过程包括下列3步:首先,在压应力作用下,将模型计算至平衡,消耗10000个时步;其次,从左向右开采煤层。采高为10m,

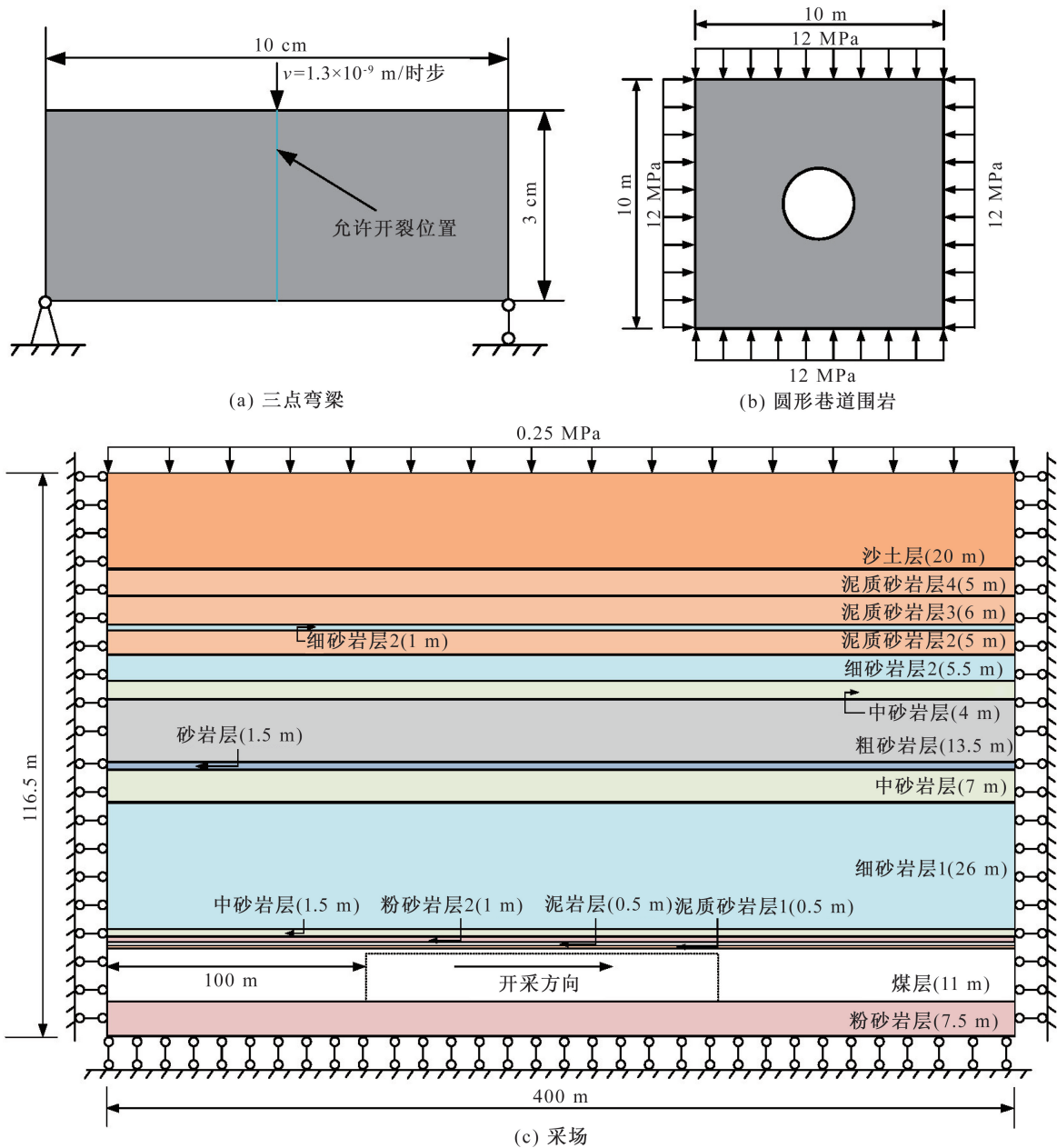


图2 计算模型

Fig. 2 Computational models

每间隔 4 000 个时步瞬时开采 1 m, 共开采 200 m; 最后, 在煤层开采后, 继续计算。

2.2 结果分析

2.2.1 三点弯梁

图 3 给出了算例 1 中三点弯梁的载荷-位移曲线(图 3(a))和以最大主应力 σ_3 表征的拉裂过程(图 3(b)~(e)), 其中, 黑色、灰色线段分别代表剪裂纹、拉裂纹区段。图 3(a)中的 4 点 a—d 分别对应图 3(b)~(e)。位移是梁上边界跨中节点的。由此可以发现, 梁跨中横截面下部的 σ_3 集中达到一定程度后, 裂纹垂直向上发展, 这与常识相

一致。当载荷达到峰值时, 梁已发生少许开裂。在峰值稍前, 载荷-位移曲线呈上凸特征。当载荷达到峰值之后, 载荷-位移曲线先呈上凸后呈下凸特征。上述数值结果能与文献[10]的数值结果基本吻合, 由此可在一定程度上检验了 StrataKing 程序的正确性。

2.2.2 静水压力条件下圆形巷道围岩

图 4(a)~(d)给出了算例 2 中以最大主应力 σ_3 表征的巷道围岩的开裂过程。由此可以发现:

当 $N=21\ 000$ 时(图 4(a), 卸荷进行中), 巷道周边的 σ_3 较高, 有些位置甚至出现了 $\sigma_3 > 0$ 。 σ_3

表 1 模型的主要参数

Tab. 1 Main parameters of the models

算例	岩性	弹性参数		强度参数					物理参数	计算参数		接触相关	
		弹性模量 E /GPa	泊松比 μ	黏聚力 c /MPa	内摩擦角 $\varphi/(^\circ)$	抗拉 强度 σ_t /MPa	残余 黏聚力 c^{re} /MPa	残余内 摩擦角 $\varphi^{re}/(^\circ)$	密度 ρ / ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	局部自 适应阻 尼系数 β	时步 长度 Δt	法向刚 度系数 K_n /($\text{GPa} \cdot \text{m}^{-1}$)	摩擦 系数 f
1	未知	0.100	0.00	—	—	1.00	—	—	2 700	0.2	1	—	—
2	中砂岩	26.600	0.21	3.00	38.0	1.60	1.5	32	2 700	0.2	1	399.00	0.3
3	中砂岩	26.600	0.21	3.00	38.0	1.60	1.5	32	2 700	0.2	1	399.00	0.3
4	沙土	0.002	0.05	1.00	20.0	0.50	0.5	15	2 000	0.2	1	0.03	0.4
	泥质砂岩 4	1.088	0.13	5.40	39.3	3.40	3.0	25	2 720	0.2	1	16.32	0.4
	泥质砂岩 3	9.088	0.13	5.40	39.3	3.40	3.0	25	2 720	0.2	1	136.32	0.4
	泥质砂岩 2	8.651	0.17	5.40	39.3	4.40	3.0	25	2 670	0.2	1	129.765	0.4
	细砂岩 2	8.051	0.17	6.19	41.1	4.40	3.0	25	2 670	0.2	1	120.765	0.4
	粗砂岩	8.669	0.19	5.03	24.0	2.00	2.0	15	2 680	0.2	1	130.765	0.4
	砂岩	11.084	0.10	6.57	39.3	6.70	3.0	25	2 710	0.2	1	166.26	0.4
	细砂岩 1	8.051	0.17	6.19	41.4	4.40	3.0	20	2 670	0.2	1	120.765	0.4
	中砂岩	8.669	0.19	7.66	28.2	2.00	3.0	20	2 680	0.2	1	130.035	0.4
	粉砂岩 2	11.084	0.10	6.57	39.3	6.70	3.0	25	2 710	0.2	1	166.26	0.4
	泥岩	9.088	0.13	5.67	38.5	3.40	3.1	25	2 720	0.2	1	136.32	0.4
	泥质砂岩 1	11.139	0.12	5.40	39.3	8.20	3.0	25	2 700	0.2	1	167.085	0.4
煤	2.352	0.28	1.59	40.5	0.65	0.5	25	1 430	0.2	1	35.28	0.4	
粉砂岩 1	15.959	0.05	6.50	40.0	5.10	2.5	20	2 750	0.2	1	239.385	0.4	

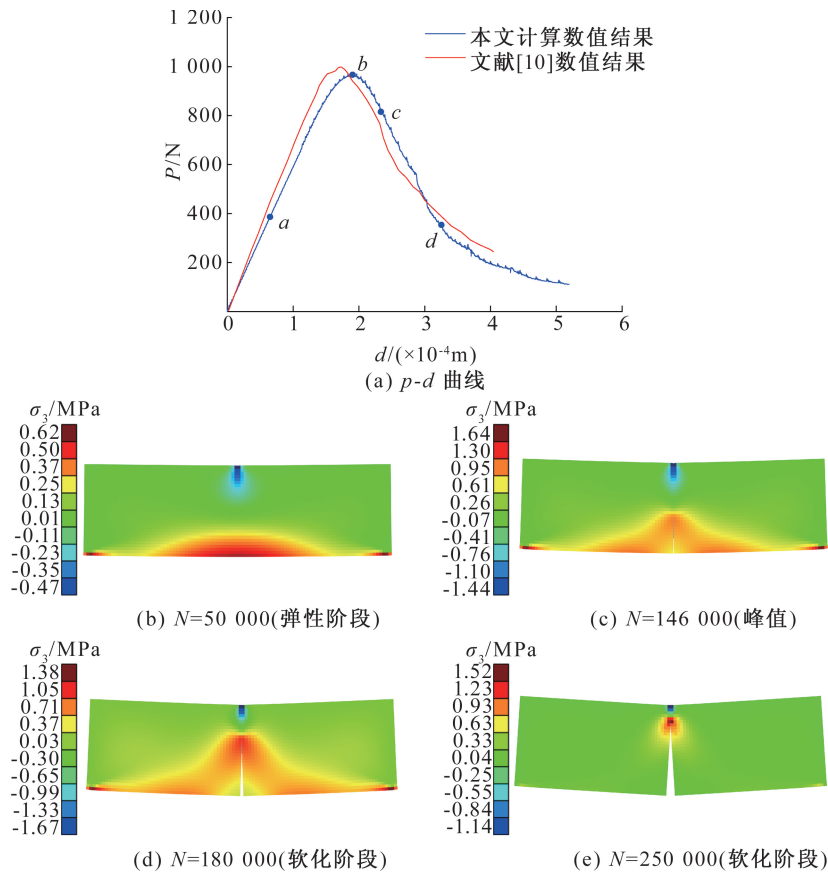


图 3 三点弯梁的计算结果

Fig. 3 Results of the three-point bending beam

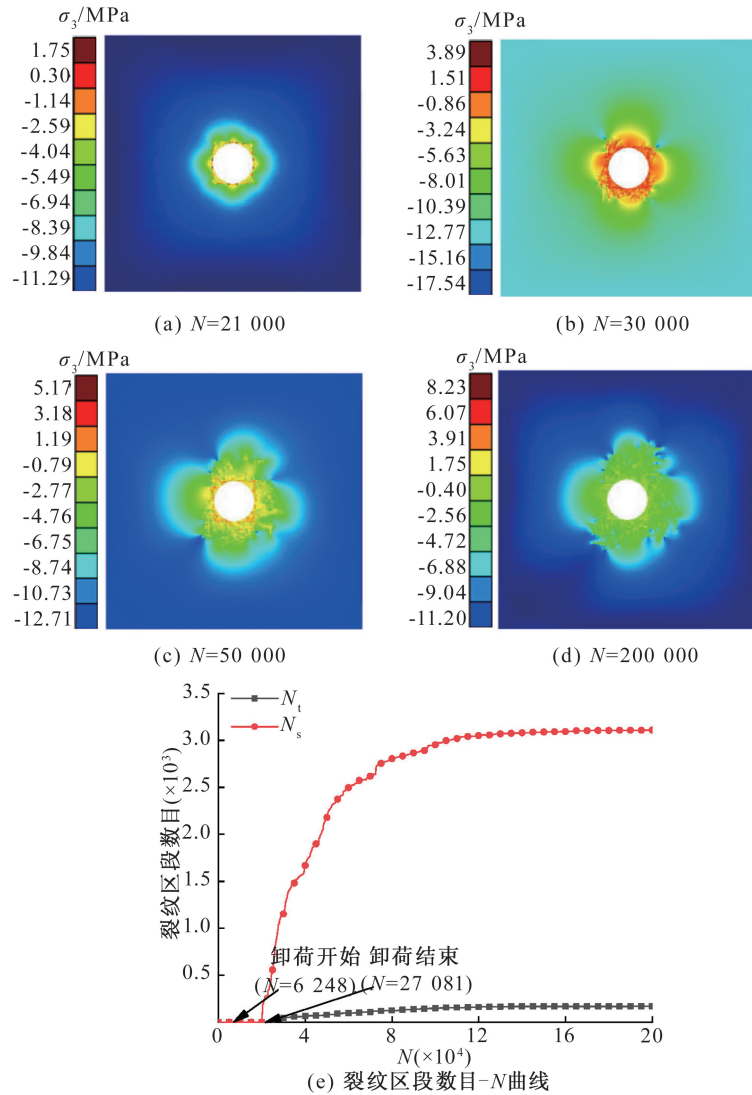


图4 粗网格条件下圆形巷道围岩的计算结果

Fig. 4 Results of the circular tunnel surrounding rock for the coarse mesh

高值区的轮廓大致成正方形。

当 $N=30\ 000$ 时(图 4(b),卸荷已完成),巷道的左上、左下、右上和右下 4 个位置存在多条裂纹,有些裂纹有形成 V 形坑的趋势。

当 $N=50\ 000\sim 200\ 000$ (图 4(c)—(d)),巷道周边的裂纹不断向深部扩展,最终停止发展。应当指出,巷道周边的裂纹分布并不均匀,相比之下,巷道左帮的裂纹较少。

图 5(a)—(d) 给出了算例 3 中以最大主应力 σ_3 表征的巷道围岩的开裂过程。由此可以发现:

当 $N=66\ 000$ 时(图 5(a),卸荷进行中),巷道左上、左下、右上和右下 4 个位置存在 4 个小 V 形坑,这与这些位置存在一定的剪应力有关。巷道表面与小 V 形坑相交处存在若干较短的裂纹。

当 $N=92\ 000$ (图 5(b),卸荷进行中),巷道周

边存在众多较长的裂纹。巷道拱顶、拱底和两帮的若干较长的裂纹形成了 4 个大 V 形坑。其余位置的裂纹不如上述 4 处发育。

当 $N=120\ 000\sim 1\ 100\ 000$ 时(图 5(c)—(d),卸荷已完成),巷道周边的裂纹不断向围岩深部发展,最终仍在发展。应当指出,巷道周边的裂纹分布较算例 2 中的更加均匀,裂纹以更加弯曲、柔顺而非突兀、生硬的方式向围岩深部发展。显然,算例 3 的结果更加合理。

图 4(e)和图 5(e)分别给出了算例 2—3 中 N_s 和 N_t 随着 N 的演化规律。其中,黑色、灰色线段分别代表剪裂纹、拉裂纹区段。由此可以发现,随着 N 的增加,二者的增速减缓,直至增速为零,这代表巷道围岩中的裂纹停止发展,此时,巷道围岩处于平衡状态。相比之下,剪裂纹的发展在先, N_s 远大于 N_t 。

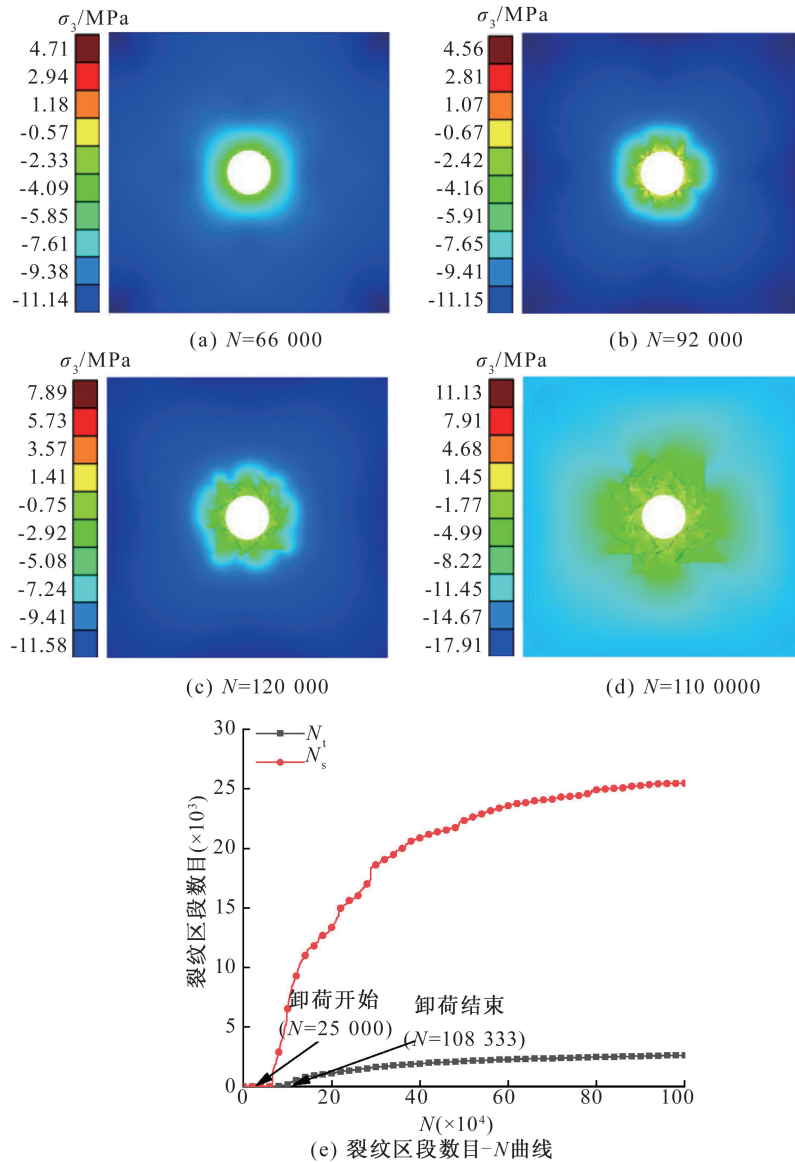


图 5 细网格条件下圆形巷道围岩的计算结果

Fig. 5 Results of the circular tunnel surrounding rock for the fine mesh

2. 2. 3 采场

图 6(a)—(d) 给出了算例 4 中以最大主应力 σ_3 表征的岩层的运动过程。由此可以发现:

当 $N=180\ 000$ (图 6(a), 推进距离 $L=42\text{ m}$), 采空区前、后煤壁存在半圆形的 σ_3 高值区。除上述区域之外, 随着远离煤壁, 煤层的 σ_3 的值先增大后减小至定值。在采空区上方, 顶煤发生开裂, 并向下运动; 泥质砂岩层 1 受拉严重; 细砂岩层存在一个“V”形的 σ_3 受拉区。

当 $N=450\ 000$ (图 6(b), $L=110\text{ m}$), 采空区两侧的细砂岩层 1 存在 σ_3 低值区, 这代表这部分岩石受挤压作用强烈。在采空区上方, 若干较薄岩层已冒落, 细砂岩层 1 中部存在向上发展的狭长拉裂纹。

当 $N=810\ 000$ (图 6(c), $L=200\text{ m}$), 采空区上方粗砂岩层以下的岩层已冒落。采空区两侧存在大量拉裂纹和少量剪裂纹。最明显的离层发生在粗砂岩层和砂岩层之间, 其上方的诸多岩层发生了明显的弯曲下沉现象。最高位离层位于细砂岩层 2 和泥质砂岩层 2 之间, 距煤层上表面的距离约为 60 m 。

当 $N=1\ 200\ 000$ (图 6(d), $L=200\text{ m}$), 采空区上方的岩层进一步冒落, 导致大部分采空区闭合; 若干离层闭合; 采空区上方粗砂岩层及其上方的若干岩层发生了比过去更加明显的弯曲下沉现象。与此同时, 在采空区两侧, 粗砂岩层至泥质砂岩层 3 之间的拉裂纹和剪裂纹进一步发展。



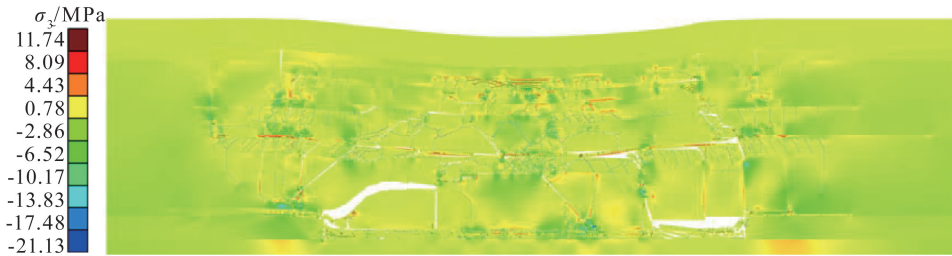
(a) $N=180\ 000$



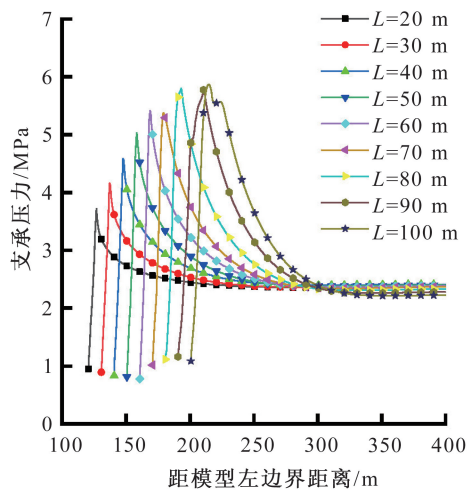
(b) $N=450\ 000$



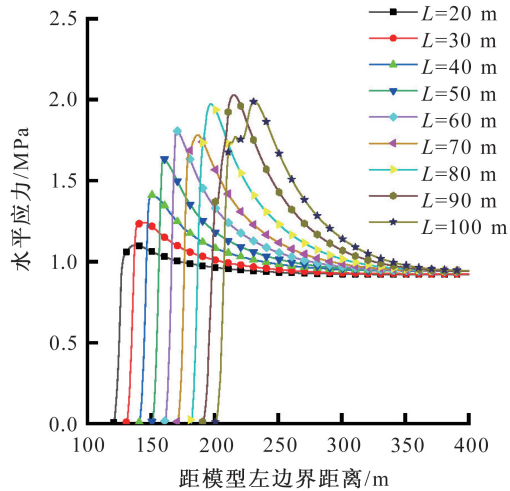
(c) $N=810\ 000$



(d) $N=1200\ 000$



(e) 支承压力-距模型左边界距离曲线



(f) 水平应力-距模型左边界距离曲线

图6 采场岩层运动的计算结果

Fig. 6 Results of the strata motion of a stope

上述结果不仅呈现了采空区上方的上底短下底长的梯形的“三带”(冒落带、裂隙带和弯曲变形带),还呈现了更大范围的上底(呈马鞍形)长下底短的梯形裂纹分布形态,这与文献[12-13]中的导水裂隙带定性相符。

图6(e)~(f)分别给出了工作面煤壁超前支承压力和水平应力的时空分布规律。其中,支承压力为采高范围内煤层中部单元的垂直应力的绝对值,水平应力也取了绝对值。由此可以发现,随着 L 的增加,支承压力的峰值有增加的趋势,这与文献[14]的数值结果有类似之处;水平应力也具有峰值,其随着 L 的增加呈增加的趋势。水平应力具有峰值的现象与岩石力学中厚壁筒的径向应力解答(随着远离筒壁,径向应力的值增大,直至达到远场应力)不符。这是因为在本文模型中,两相邻岩层之间存在界面黏聚力,这不同于连续介质模型。水平应力的峰值的提升现象亦可用于解释支承压力的峰值随着 L 的增加而增加的现象。

3 结论

1)在岩层运动并行计算系统 StrataKing 中,CPU 和 GPU 各司其职,以发挥 CPU 擅长控制而 GPU 擅长繁重计算的各自优势。应力-应变模块等计算模块均在 GPU 上执行。单元内部的本构模型为广义胡克定律。单元之间的本构模型包括两种:一种是虚拟裂纹模型,另一种是岩层之间界面的黏结模型。通过模拟三点弯梁的开裂过程,StrataKing 的正确性得到了一定程度上的检验。

2)在静水压力条件下,当单元数目较多时,巷道围岩的裂纹以更加弯曲、柔美而非突兀、生硬状向围岩深部发展,这与塑性力学中圆环形的各处均破坏的塑性区有所不同。在采动条件下,工作面煤壁超前支承压力和水平应力均具有峰值,后者与岩层之间的黏结作用有关,这与基于连续介质假定的厚壁筒径向应力特征存在不同。

参考文献:

[1] LISJAK A, FIGI D, GRASSELLI G. Fracture Develop-

ment Around Deep Underground Excavations: Insights from FDEM Modeling[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2014, 6(6): 49-505.

- [2] FENG C, LI S H, LIU X Y, et al. Semi-Spring and Semi-Edge Combined Contact Model in CDEM and Its Application to Analysis of Jiweishan Landslide[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2014, 6(1): 26-35.
- [3] MUNJIZA A. *The Combined Finite-Discrete Element Method*[M]. London: John Wiley & Sons, 2004.
- [4] LOLLINO P, ANDRIANI G F. Role of Brittle Behaviour of Soft Calcarenites Under Low Confinement: Laboratory Observations and Numerical Investigation[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2017, 50(7): 1863-1882.
- [5] 王学滨. 拉格朗日元与离散元耦合连续-非连续方法研究[M]. 北京: 科学出版社, 2021.
- [6] 王学滨, 田锋, 钱帅帅. 不同冲击幅值下洞室围岩变形-开裂-垮塌过程——基于连续-非连续方法[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(1): 233-242.
- [7] 王学滨, 田锋, 白雪元, 等. 不同冲击速度条件下矩形巷道围岩变形-开裂过程数值模拟[J]. *振动与冲击*, 2020, 39(14): 94-101+108.
- [8] 王学滨, 薛承宇, 岑子豪. 基于点-单元接触模式的水平岩层运动连续-非连续方法模拟[J]. *山东科技大学学报(自然科学版)*, 2022, 41(6): 40-49.
- [9] 刘天成, 王学滨, 岑子豪, 等. 切顶卸压自成巷的连续-非连续方法模拟及切缝倾角的影响[J]. *中国安全生产科学技术*, 2022, 18(6): 85-91.
- [10] WELLS G N, SLUYS L J. A New Method for Modeling Cohesive Cracks Using Finite Elements[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001, 50(12): 2667-2682.
- [11] 蒋承林. 煤壁突出孔洞的形成机理研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2000, 19(2): 225-228.
- [12] 李蕊瑞, 陈陆望, 欧庆华, 等. 考虑覆岩原生裂隙的导水裂隙带模拟[J]. *煤田地质与勘探*, 2020, 48(6): 179-185, 194.
- [13] 曹志国, 鞠金峰, 许家林. 采动覆岩导水裂隙主通道分布模型及其水流动特性[J]. *煤炭学报*, 2019, 44(12): 3719-3728.
- [14] 宋增谋, 孙晴. 近距离煤层群上行开采超前支承压力变化规律研究[J]. *山东煤炭科技*, 2021, 39(12): 62-65.

(责任编辑 周雪梅)