文章编号:1673-9469(2023)02-0044-08 DOI:10.3969/j.issn.1673-9469.2023.02.007

爆炸下考虑钢梁翼缘变形的改进单自由度法

胡广庆,杨涛春*,王 银
(济南大学 土木建筑学院,山东 济南 250022)

摘要:为解决爆炸下结构产生较大局部变形时采用等效单自由度方法计算结构整体位移会出现较大误差甚至错误的问题,在单自由度理论基础上,以工字型钢梁为研究对象,通过分析翼缘局部变形对钢梁整体位移的影响规律后,基于提出的钢梁截面简化变形模型对其弯曲抗力函数进行改进,提出钢梁抗爆分析的改进单自由度方法。通过有限元软件ABAQUS数值模拟不同爆炸工况下钢梁的动态位移响应与破坏特征,并与单自由度模型及改进单自由度模型的计算结果进行对比,研究了不同计算模型下钢梁的位移及破坏差异。结果表明:与有限元模拟结果相比,钢梁翼缘局部变形越大,单自由度模型计算结果偏小越严重,而改进单自由度模型计算结果较好,可以更好地适用于钢梁抗爆分析的位移简化计算。

关键词:爆炸荷载;改进单自由度方法;工字型钢梁;局部变形;位移计算
中图分类号:TU391;TU312 **文献标识码**:A

Improved Single Degree of Freedom Method Considering Flange Deformation of Steel Beam Under Blast Loading

HU Guangqing, YANG Taochun*, WANG Yin
(School of Civil Engineering and Architecture, University of Jinan, Jinan, Shandong 250022, China)

Abstract: When the structure generates large local deformation under blast loading, the single degree of freedom (SDOF) method will have large errors or even mistakes to calculate the overall displacement of structure. In order to solve this problem, based on the SDOF theory, study on I-shaped steel beam, after analyzing the influence of local deformation of flange on the overall displacement of steel beam, the bending resistance function is improved based on the proposed simplified deformation model of steel beam section. An improved single degree of freedom (ISDOF) method for blast resistance analysis of steel beams is proposed. Finally, the dynamic displacement response and failure characteristics of steel beams under different blast loading are numerically simulated by the finite element software ABAQUS. The results are compared with those of the SDOF model and the ISDOF model, and the displacement and failure differences of steel beams under different calculation models are studied. The results show that compared with the finite element simulation results, the larger the local deformation of the steel beam flange is, the smaller the SDOF model calculation result is. The calculation results of ISDOF model are better, ISDOF model can be better applied to the simplified displacement calculation of blast resistance analysis of steel beams.

Key words: blast loading; improved single degree of freedom method; I-shaped steel beam; local deformation; displacement calculation

收稿日期:2022-11-26
基金项目:山东省自然科学基金资助项目(ZR202102180176)
作者简介:胡广庆(1997-),男,山东烟台人,硕士研究生,从事结构抗爆方面的研究。
*通讯作者:杨涛春(1983-),男,山东青州人,博士,副教授,从事结构抗爆方面的研究。

美国钢结构协会钢结构规范(AISC,2010)[1]中规定,在确定钢构件的强度时,应同时考虑冲击和冲击荷载,其中冲击载荷包括爆炸载荷。因此研究结构构件在爆炸荷载作用下的动态响应和破坏模式,对于提高结构的抗爆性能具有重要的工程意义。目前,国际上众多学者已经对梁、板、柱等结构构件的抗爆性能进行了大量研究,得到了很多有意义的结论。根据大量试验数据,结合理论研究给出了很多合理的构件抗爆简化分析方法,如等效单自由度(Single Degree of Freedom, SDOF)法[2-3]、能量法[4-5]、等效静力法[6]等等。其中,等效 SDOF 法是构件动态响应分析中最常用的方法。二十世纪以来,国内外众多学者将等效 SDOF 理论运用到结构构件的抗爆分析中。Norris 等[2]和 Biggs[3]首先提出等效 SDOF 理论并将其运用到结构构件承受均布爆炸荷载情况。Krauthammer 等[7-8]基于 Biggs 的等效 SDOF 理论提出了一种等效 SDOF 简化模型,用于分析爆炸荷载作用下钢筋混凝土梁的动态响应和破坏模式。Low 和 Hao[9-10]则利用 Krauthammer 提出的等效 SDOF 简化模型分析了钢筋混凝土板在不同破坏模式下的可靠性分析。在国内,师燕超等[11]提出了不同破坏模式下钢筋混凝土梁的改进等效 SDOF 方法,并通过有限元软件 LS-DYNA 验证了改进等效 SDOF 模型的正确性。孙建运等[12]则是基于有限元软件 LS-DYNA,采用数值模拟和理论分析相结合的方法建立了爆炸下钢骨混凝土(Steel Reinforced Concrete, SRC)柱的等效 SDOF 模型。通过大量数值模拟结果与等效 SDOF 模型计算结果对比,证明了等效 SDOF 模型可以较好地模拟 SRC 柱在爆炸荷载作用下的动态响应。2011 年,Nassr 等[13]对 13 根窄翼缘钢梁进行了现场爆炸试验,研究装药量和比例距离对钢梁动态响应的影响。结果发现,等效 SDOF 模型在弹性范围内可以很好地预测钢梁的最大位移值,但进入塑性阶段后最大位移计算值大于试验值。在之后的研究中,Nassr 等[14]采用等效 SDOF 模型和基于梁有限元的等效多自由度模型对测试梁在爆炸下的动态响应进行了分析。结果表明,采用等效 SDOF 模型在一定范围内可以预测构件的变形和内力。

对于结构抗爆问题,科研学者已进行大量的抗爆分析,但更多简化分析仅关注了结构的整体变形,而忽略了局部变形的影响。事实上,爆炸下结构构件在整体变形的过程中都会伴随着局部变形[15],且根据爆炸试验[13]及有限元模拟[15]发现,爆炸下工字型钢梁翼缘变形会先于整体位移。因此,对于局部大变形构件,传统的等效 SDOF 模型无法准确表达爆炸作用下结构的准确动态位移响应。在 SDOF 理论基础上,以工字型钢梁为研究对象,通过分析翼缘局部变形对钢梁整体位移的影响规律后,基于提出的钢梁截面简化变形模型对其弯曲抗力函数进行改进,提出了钢梁抗爆分析的改进单自由度(Improve Single Degree of Freedom, ISDOF)方法。

1　模型的建立与验证

1.1　模型信息

在分析过程中,以简支工字型钢梁为研究对象,爆炸荷载均匀分布于上翼缘表面,具体尺寸特征如图 1 所示。为全面研究不同荷载条件及钢梁截面尺寸下钢梁的动态位移简化计算问题,共选取 6 种不同的分析工况,如表 1 所示。其中,Case 1、Case 2 为试验工况,用于验证有限元建模的准确性,6 种工况下钢梁材料属性相同。

1.2　材料模型

钢材材料模型采用 Isotropic 模型,材料本构采用双线性模型,如图 2 所示。Case 1 及 Case 2 中钢梁的静屈服强度 f_y 为 393 MPa,弹性模量 E_s 为 2.07×10^{11} Pa,泊松比 υ 为 0.3[14]。

表 1 模型信息及爆炸荷载工况

Tab. 1 Model information and blast loading cases

工况编号	截面尺寸 $H\times B\times t_w\times t_f$/mm	钢梁跨度 L/m	超压峰值 P_r/MPa	爆炸持时 t_d/ms
Case 1	160×102×6.6×10.3	2.41	0.31	7.24
Case 2	160×102×6.6×10.3	2.41	1.56	6.16
Case 3	400×300×10×10	6.00	1.50	5.00
Case 4	400×400×10×10	6.00	2.00	5.00
Case 5	200×200×10×10	6.00	1.00	5.00
Case 6	400×400×10×8	6.00	—	—

注:H 为截面高度;B 为截面宽度;t_w 为腹板厚度;t_f 为翼缘厚度。

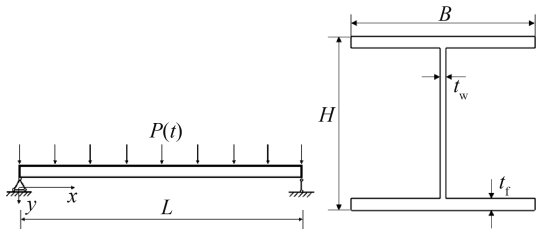


图 1 模型概况

Fig. 1 Model information

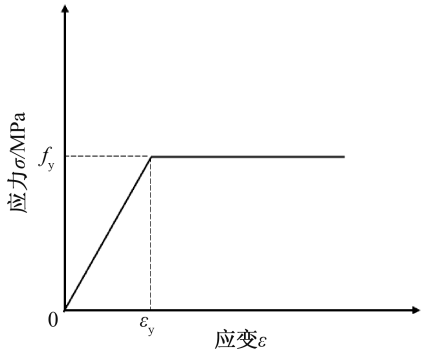


图 2 钢材应力-应变曲线

Fig. 2 Stress-strain curve of steel

1.3 网格划分

钢梁采用 ABAQUS 中的 S4R 壳单元,该单元为四节点有限薄膜应变单元,可考虑试件弯曲变形的轴力和弯矩。在分析中,采用线性减缩积分进行计算,其位移计算精度较高;壳的厚度积分规则选用 Simpson 积分,取 5 个积分点,网格尺寸 20 mm,有限元模型如图 3 所示。

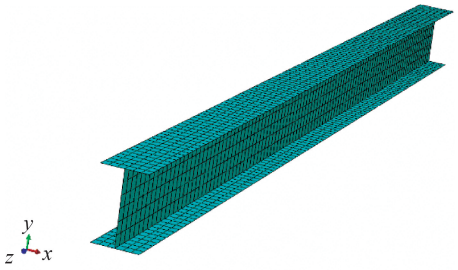


图 3 有限元模型

Fig. 3 Finite element model

1.4 爆炸荷载与边界条件

爆炸下结构表面的荷载分布十分复杂,分析爆炸波的传播规律和荷载分布将大大增加计算成本[14]。因此在有限元软件中将爆炸荷载简化为倒三角形荷载,且均匀分布在钢梁上翼缘表面,爆炸荷载的压力-时间曲线如图 4 所示。考虑到试验中钢梁的实际约束条件,在有限元软件 ABAQUS 中将工字型钢梁两端部截面分别耦合到各自的截面形心上,然后将形心的 3 个平动自由度全部约束来模拟实际中钢梁两端铰接的情况。

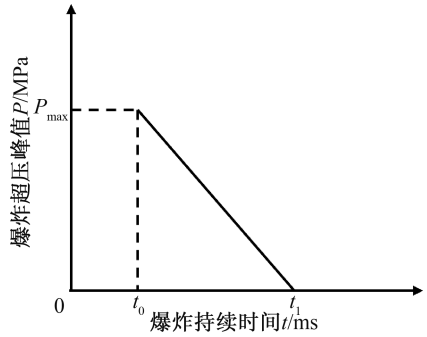


图 4 简化三角形压力-时间曲线

Fig. 4 Simplified triangle pressure-time curve

1.5 模型的验证

为验证有限元模型的合理性和正确性,选取 Nassr 等[13]现场爆炸试验实测的工字型钢梁跨中位移时程曲线与有限元模拟结果进行对比,对应荷载工况为 Case 1 和 Case 2。在抗爆模拟研究中,由于爆炸荷载离散性较强,因此若位移响应值特别是最大位移响应值能较好地模拟,即可接受模拟结果。Case 1 和 Case 2 两种工况下有限元模拟和试验实测的钢梁跨中位移时程曲线对比如图 5 所示,具体数据如表 2 所示。由图 5 和表 2 可以看出,有限元模拟的钢梁跨中位移时程曲线与试验结果拟合程度较好。但略有差别,误差主要来源于爆炸荷载的误差、材料模型与计算方法的不确定性以及数值模型与实际试验差异等。

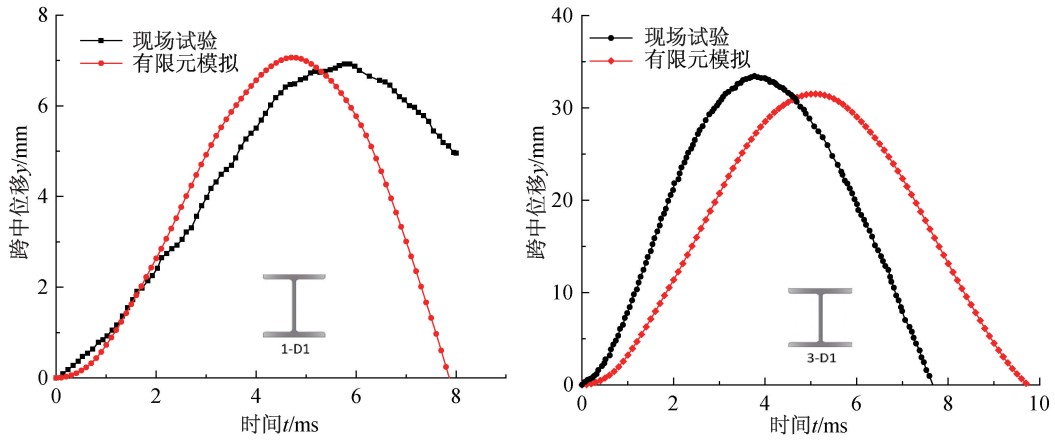
表 2 有限元模拟结果与试验结果对比

Tab. 2 Comparison of finite element simulation results and test results

编号	实测值/mm	模拟值/mm	误差
Case 1	6.9	7.1	−2.3%
Case 2	33.2	31.5	5%

2 爆炸荷载下梁等效 SDOF 理论

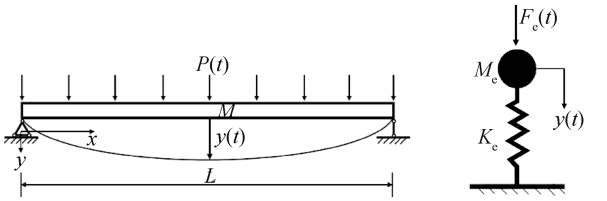
爆炸作用下,梁的动态响应主要由一阶振型控制,高阶振型对其影响很小[14],因此可将梁简化为等效 SDOF 模型进行分析,如图 6 所示。等效原理是保证梁体系与 SDOF 体系的动能、应变能以及外力做功相等。图 6(a)中,M 为简支梁的质量;$P(t)$为简支梁的荷载时程;$y(t)$为简支梁的跨中竖向位移值。图 6(b)中,M_e 为质点的等效质量;$F_e(t)$为质点的荷载时程;K_e 为质点的等效刚度;$y(t)$为质点的位移值。



(a) Case 1　　(b) Case 2

图 5 有限元模拟与试验实测钢梁跨中位移时程曲线对比

Fig. 5 Comparison of the middle deflection time histories of steel beam between the finite element results and the test results



(a) 爆炸荷载作用下简支梁变形　　(b) 等效SDOF系统

图 6 等效 SDOF 模型

Fig. 6 Equivalent SDOF model

在使用等效 SDOF 方法时,要先假定构件在动载下的变形形式,在此基础上求等效 SDOF 系统中各等效系数。当无法精确确定梁的变形方程时,一般可取动载作为静载作用时构件产生的静挠曲线作为动载下的变形形状,且能够得到较为准确的结果[14]。均布荷载作用下简支梁的质量转换系数 K_M 和荷载转换系数 K_L 如表 3 所示。

表 3 均布荷载下简支梁的转换系数[3]

Tab. 3 Transformation factors of simply supported beams under uniform loading

	弹性阶段	塑性阶段
质量转换系数 K_M	0. 50	0. 33
荷载转换系数 K_L	0. 64	0. 50
荷载-质量转换系数 K_{LM}	0. 78	0. 66

对于理想弹塑性体系,可以把等效 SDOF 体系的运动方程表示为:

$$K_{LM} \cdot M \cdot \ddot{y} + K_0 \cdot y = F(t) \quad \text{(弹性阶段)} \quad (1)$$

$$K_{LM} \cdot M \cdot \ddot{y} + R = F(t) \quad \text{(塑性阶段)} \quad (2)$$

式(1)中:$K_{LM} = K_M / K_L$ 为荷载质量系数,其定义为质量系数与荷载系数的比值;M 为构件的质量总和;K_0 为构件的刚度;$F(t)$ 为构件的荷载时程。式(2)中:R 为构件的塑性抗力。

3　考虑钢梁局部变形的 ISDOF 方法

工字型钢梁具有相对薄壁的截面特征,因此爆炸下工字型钢梁会产生相应的局部变形,如图 7 所示,从图中可以看出爆炸下工字型钢梁翼缘产生了较大的变形。

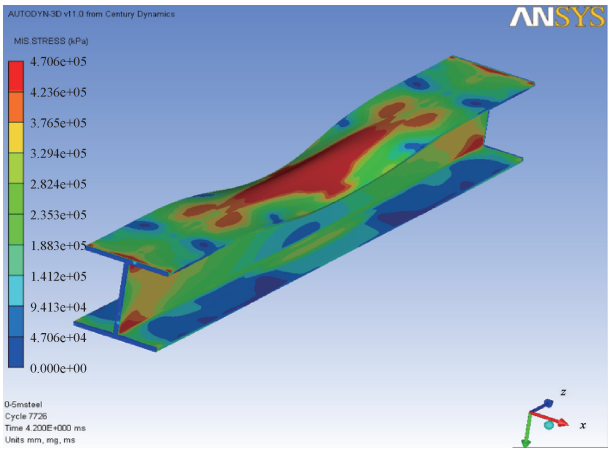


图 7 爆炸下工字型钢梁变形[15]

Fig. 7 Deformation of I-shaped steel beam

在 Case 3 工况下,钢梁翼缘也有明显的局部变形,其跨中整体与翼缘局部位移时程曲线如图 8 所示。可以看出,翼缘在 1. 4 ms 时达到最大位移 8. 7 mm,此时整体位移刚开始发生。传统的等效 SDOF 方法没有考虑翼缘局部变形对结构整体位移造成的影响,进而无法准确计算出爆炸下钢梁的动态位移值。因此,有必要在等效 SDOF 理论的基础上,考虑翼缘局部变形的影响,对工字型钢梁的弯曲抗力函数进行改进,提出适用于工字型钢

梁抗爆分析的 ISDOF 方法。

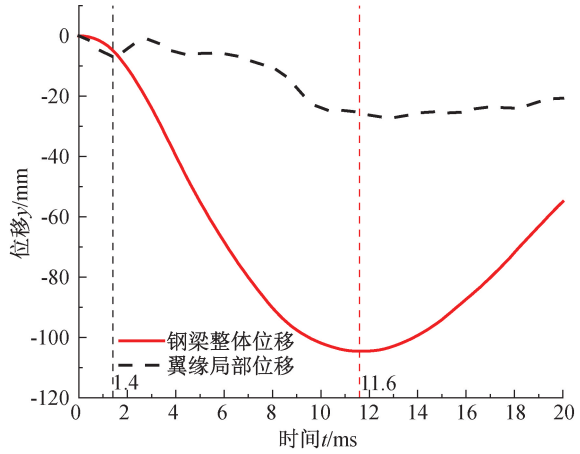
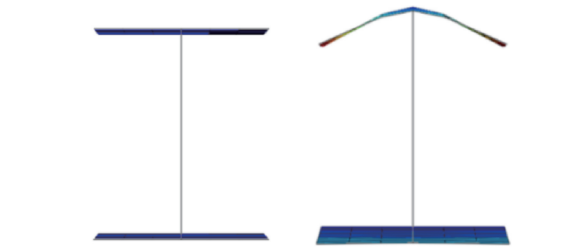


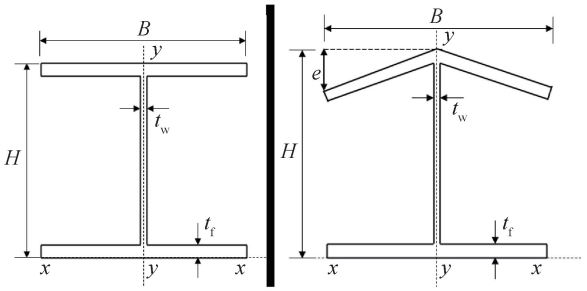
图 8 整体与局部位移时程曲线对比

Fig. 8 Comparison of the global and local deflection time histories

在 Case 3 工况下,工字型钢梁翼缘变形前后跨中横截面示意图如图 9(a)所示,翼缘变形呈曲线形式。为简化理论分析,将翼缘变形简化为图 9(b)所示的直线形式。其中 e 为翼缘局部变形值,用来表示局部变形的大小。



(a) 有限元模拟翼缘变形前后钢梁跨中横截面示意图



(b) 翼缘变形前后钢梁横截面简化模型示意图

图 9 钢梁横截面简化计算模型

Fig. 9 Simplified calculation model of steel beam cross section

随着翼缘变形程度的增大,钢梁截面形心的位置会发生偏移,钢梁的惯性矩 I 及塑性极限弯矩 M_P 均会发生改变,从而影响钢梁的动力响应参数。翼缘发生变形后,工字型钢梁截面形心的位置会发生偏移,钢梁截面形心位置为:

$$A'_y = \frac{t_w H^2 - 2t_w t_f H - 2Bt_f H - Bt_f e}{4Bt_f + 2Ht_w - 4t_w t_f} \tag{3}$$

式(3)中:A'_y 为翼缘变形后钢梁截面形心距 x 轴的距离。

翼缘发生变形后,钢梁截面惯性矩为:

$$I'_x = \frac{1}{6}Bt_f^3 + \frac{1}{12}t_w(H-2t_f)^3 + Bt_f\left(H - \frac{e}{2} - \frac{t_f}{2} - A'_y\right)^2 + t_w(H-2t_f)\left(\frac{H}{2} - A'_y\right)^2 + Bt_f\left(\frac{t_f}{2} - A'_y\right)^2 \tag{4}$$

因此,均布爆炸荷载作用下考虑翼缘局部变形的简支钢梁抗弯刚度 $K' = \dfrac{384EI'_x}{5l^3}$。

翼缘发生变形后,钢梁截面塑性极限弯矩为:

$$M'_P = f_y Bt_f\left(H - \frac{e}{2} - t_f\right) + 0.5f_y t_w(H - A'_y - t_f)^2 + 0.5f_y t_w(A'_y - t_f)^2 \tag{5}$$

因此,均布爆炸荷载作用下考虑翼缘局部变形的简支钢梁塑性抗力 $R' = \dfrac{8M'_P}{l}$。

为准确分析翼缘变形对钢梁抗弯刚度及塑性抗力的影响规律,取 5 种不同截面尺寸的钢梁,钢梁截面尺寸如表 4 所示。翼缘变形前后工字型钢梁抗弯刚度的比值、塑性抗力的比值与翼缘局部变形值 e 之间的关系分别如图 10、图 11 所示。

表 4 工字型钢梁截面尺寸表

Tab. 4 Section size of I-shaped steel beam

编号	截面尺寸 $H\times B\times t_w\times t_f$/mm
SB-1	200×200×10×10
SB-2	400×200×10×10
SB-3	200×400×10×10
SB-4	200×200×20×10
SB-5	200×200×10×20

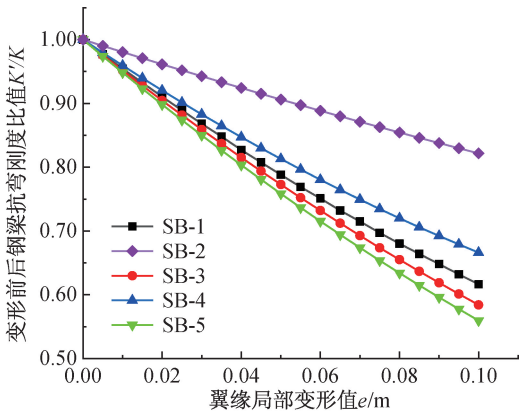


图 10 弹性阶段翼缘变形前后钢梁抗弯刚度比值图

Fig. 10 Ratio of bending stiffness of steel beam before and after flange deformation in elastic stage

由图 10 和图 11 可以看出,随着翼缘局部变形的增大,修正后的抗弯刚度 K' 和塑性抗力 R' 都呈

下降趋势。并且翼缘局部变形越大,抗弯刚度 K' 及塑性抗力 R' 降低越多。另外,钢梁截面尺寸影响着抗弯刚度退化及塑性抗力降低的速率。

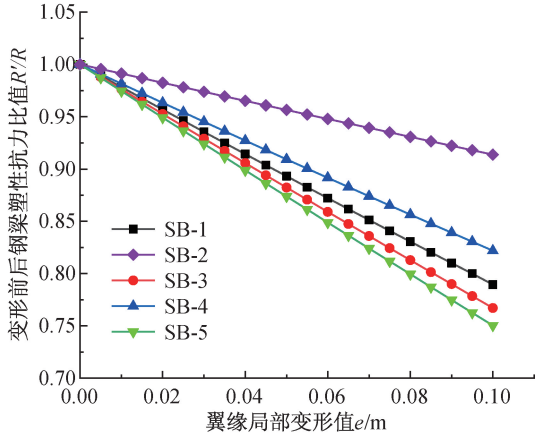


图 11　塑性阶段翼缘变形前后钢梁塑性抗力比值图

Fig. 11　Ratio of plastic resistance of steel beam before and after flange deformation in plastic stage

以 Case 4 中钢梁为例,假设翼缘局部变形值 e 为 120 mm,翼缘变形前后钢梁的弯曲抗力函数如图 12 所示。图中 41、47 mm 分别代表翼缘变形前后钢梁的弹性极限位移值;1 196、1 072 kN 分别代表翼缘变形前后钢梁的塑性抗力值。

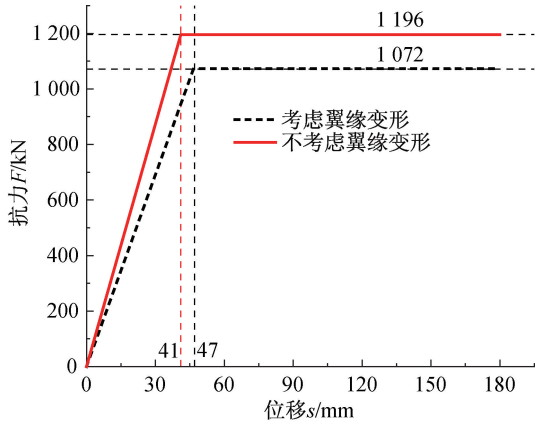


图 12　翼缘变形前后钢梁双线性弯曲抗力函数对比

Fig. 12　Comparison of bilinear bending resistance function of steel beam before and after flange deformation

由图 12 可见,翼缘局部大变形会导致钢梁的弯曲抗力函数发生较大的变化,因此在等效 SDOF 模型中考虑翼缘局部变形对钢梁整体位移的影响是很有必要的。

4　ISDOF 方法的验证

以 Case 4、Case 5 两种工况下的工字型钢梁为研究对象,其 ISDOF 模型参数如表 5 所示。在爆炸荷载下,其最大动态位移响应时程曲线分别采用 ISDOF 模型、等效 SDOF 模型以及有限元模型三种模型进行分析计算,对比结果如图 13、图 14 所示,跨中最大位移值及相应误差如表 6 所示。

表 5　ISDOF 模型参数

Tab. 5　ISDOF model parameters

编号	抗弯刚度 K'/(N·m^{-1})	塑性抗力 R'/N	等效质量 M/kg	等效荷载 F/N	弹性位移 y_e/mm
Case 4	9.8×10^6	4.4×10^5	185.3	2.4×10^6	45.1
Case 5	1.5×10^6	1.2×10^5	91.1	6.0×10^5	80.3

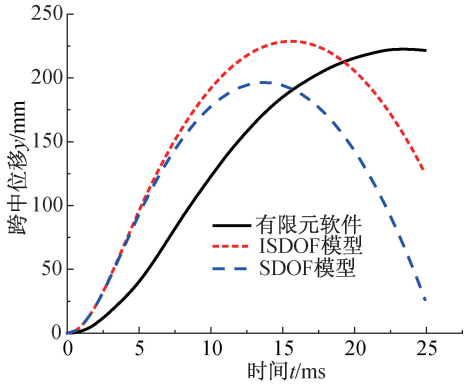


图 13　Case 4 跨中位移时程曲线对比

Fig. 13　Comparison of the middle deflection time histories

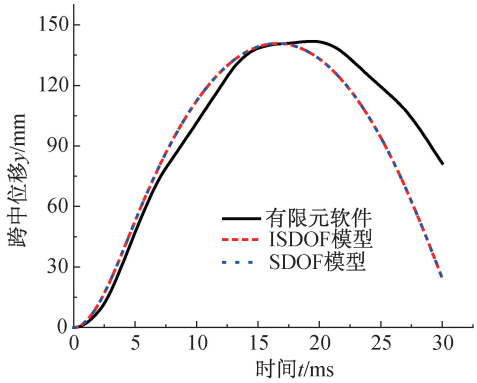


图 14　Case 5 跨中位移时程曲线对比

Fig. 14　Comparison of the middle deflection time histories

表 6　有限元模拟结果与 ISDOF 模型、SDOF 模型计算结果对比

Tab. 6　Comparison of finite element simulation results with calculation results of ISDOF model and SDOF model

编号	有限元模拟值/mm	SDOF 计算值/mm	SDOF 与有限元计算误差	ISDOF 计算值/mm	ISDOF 与有限元计算误差
Case 4	222.5	190.8	14.4%	228.3	−2.6%
Case 5	141.8	140.5	0.9%	140.7	0.8%

当翼缘变形较小时(Case 5),如图 14 所示,ISDOF 模型和等效 SDOF 模型计算结果均与有限元模拟结果一致。这是因为翼缘小变形下钢梁变形前后抗弯刚度和塑性抗力变化不大。当局部变形较大时(Case 4),如图 13 所示,ISDOF 模型计算结果与有限元模拟结果接近,而等效 SDOF 模型计算结果明显小于有限元模拟结果。这是因为翼缘变形后钢梁的抗弯刚度和塑性抗力都低于变形前,导致等效 SDOF 模型高估了变形后钢梁的抗弯能力。因此,在不同爆炸工况下,与等效 SDOF 模型相比,ISDOF 模型更能准确地反映出爆炸下钢梁的实际动态响应。

5 翼缘局部变形影响程度分析

以 Case 6 工况为例,不同爆炸荷载作用下 ISDOF 模型和等效 SDOF 模型计算钢梁跨中最大位移值如图 15 所示。ISDOF 模型和等效 SDOF 模型中各项参数及跨中最大位移值如表 7 所示。由图 15 可见,随着翼缘局部变形值的增大,等效 SDOF 模型得到的钢梁跨中最大位移值与 ISDOF 模型得到的位移值不再相等。且翼缘局部变形值越大,等效 SDOF 模型与 ISDOF 模型计算差值越大。

根据 Ma 等[16]提出的钢梁中度破坏准则,爆炸下简支钢梁的破坏位移值表达式为:

$$y_{\max} \leqslant 0.03L \tag{6}$$

式中:L 为梁长,$y_{\max}$ 为 ISDOF 体系最大位移值。

对于 Case 6 工况下的钢梁,根据公式(6)可以得到破坏位移限值为 180 mm。由图 15 可以看出,当翼缘局部变形值为 160 mm 时,等效 SDOF 模型计算钢梁跨中最大位移值为 174.5 mm,尚未达到破坏位移限值。而 ISDOF 模型计算钢梁跨中最大位移值为 212.1 mm,超过钢梁的破坏位移限值

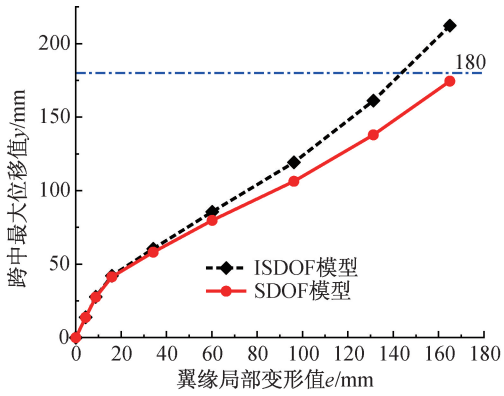


图 15 ISDOF 模型与 SDOF 模型计算结果对比

Fig. 15 Comparison of calculation results between ISDOF model and SDOF model

180 mm。此时,若采用等效 SDOF 模型计算结果将会出现高估钢梁抗弯能力而造成钢梁破坏的情况,造成经济损失和人员伤亡。而采用 ISDOF 模型将会更准确地判断钢梁实际的动态响应及破坏情况,更好地服务于工程抗爆设计。

6 结论

1)爆炸下,工字型钢梁会产生一定的局部变形,且翼缘局部变形先于整体位移。当局部变形较大时,SDOF 方法会存在较大误差甚至错误。

2)随着翼缘局部变形的增大,钢梁修正后的抗弯刚度 K' 和塑性抗力 R' 都呈下降趋势,且翼缘局部变形越大,抗弯刚度 K' 及塑性抗力 R' 降低越多。

3)爆炸荷载作用下,工字型钢梁翼缘局部变形越大,SDOF 模型计算结果偏小越严重,而改进提出的 ISDOF 模型计算结果较好,可以更好地适用于钢梁抗爆分析的位移简化计算。

表 7 不同翼缘局部变形下 ISDOF 模型和 SDOF 模型计算结果对比

Tab. 7 Comparison of calculation results between ISDOF model and SDOF model under different local deformation of flanges

爆炸荷载 P_r/MPa	翼缘变形 e/mm	修正前抗弯刚度 K/(N·m^{-1})	修正后抗弯刚度 K'/(N·m^{-1})	修正前塑性抗力 R/N	修正后塑性抗力 R'/N	SDOF 计算值/mm	ISDOF 计算值/mm	误差/%	SDOF 计算结果	ISDOF 计算结果
0.2	4.3	1.08×10^7	1.07×10^7	4.25×10^5	4.23×10^5	13.7	13.8	0.58	未破坏	未破坏
0.4	8.8	1.08×10^7	1.06×10^7	4.25×10^5	4.22×10^5	27.5	27.8	1.06	未破坏	未破坏
0.6	15.9	1.08×10^7	1.04×10^7	4.25×10^5	4.19×10^5	41.3	42.1	1.89	未破坏	未破坏
0.8	34.2	1.08×10^7	1.00×10^7	4.25×10^5	4.11×10^5	58.1	60.5	4.13	未破坏	未破坏
1.0	60.2	1.08×10^7	9.47×10^6	4.25×10^5	4.00×10^5	79.8	85.6	7.33	未破坏	未破坏
1.2	96.2	1.08×10^7	8.75×10^6	4.25×10^5	3.85×10^5	106.3	119.2	12.13	未破坏	未破坏
1.4	131.3	1.08×10^7	8.10×10^6	4.25×10^5	3.71×10^5	137.9	161.1	16.85	未破坏	未破坏
1.6	165.0	1.08×10^7	7.53×10^6	4.25×10^5	3.58×10^5	174.5	212.1	21.58	未破坏	破坏

参考文献:

[1] ANSI/AISC 360-10—2010, Specification for Structural Steel Structures[S].

[2] NORRIS G H, HANSEN R J. Structural Design for Dynamic Loads[M]. New York: McGraw-Hill Book Company,1959.

[3] BIGGS J M. Introduction to Structural Dynamics[M]. New York: McGraw-Hill Book Company,1964.

[4] BAKER W E, WESTINE P S, COX P A.爆炸危险性及其评估(上)[M].张国顺,译.北京:群众出版社,1988.

[5] BAKER W E, WESTINE P S, COX P A.爆炸危险性及其评估(下)[M].张国顺,译.北京:群众出版社,1988.

[6] CRAWFORD R E, HIGGINS C J, BULTMANN E H. The Air Force Manual for Design and Analysis of Hardened Structures(AFWL-TR-74-102)[M]. New Mexico: Civil Nuclear Systems Corporation,1980.

[7] KRAUTHAMMER T, BAZEOS N, HOLMQUIST T J. Modified SDOF Analysis of RC Box-Type Structures[J]. Journal of Structural Engineering, 1986, 112(4): 726-744.

[8] KRAUTHAMMER T, SHAHRIAR S, SHANAA H M. Response of Reinforced Concrete Elements to Severe Impulsive Loads[J]. Journal of Structural Engineering, 1990,116(4):1061-1079.

[9] LOW H Y, HAO H. Reliability Analysis of Reinforced Concrete Slabs Under Explosive Loading[J]. Structural Safety,2001,23(2):157-178.

[10] LOW H Y, HAO H. Reliability Analysis of Direct Shear and Flexural Failure Modes of RC Slabs Under Explosive Loading[J]. Engineering Structures, 2002, 24(2): 189-198.

[11] 师燕超,张 浩,李忠献.钢筋混凝土梁式构件抗爆分析的改进等效单自由度方法[J].建筑结构学报,2019,40(10):8-16.

[12] 孙建运,李国强,陆 勇.爆炸冲击荷载作用下 SRC 柱等效单自由度模型[J].振动与冲击,2007(6):82-89+185.

[13] NASSR A A, RAZAQPUR A G, TAIT M J, et al. Experimental Performance of Steel Beams Under Blast Loading[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities,2012,26(5):600-619.

[14] NASSR A A, RAZAQPUR A G, TAIT M J, et al. Single and Multi Degree of Freedom Analysis of Steel Beams Under Blast Loading[J]. Nuclear Engineering and Design,2012,242:63-77.

[15] 杨涛春,陆 勇,李国强,等.工字形钢柱的爆炸作用分布特征与计算研究[J].振动与冲击,2016,35(5):27-38.

[16] MA G W, SHI H J, SHU D W. P-I Diagram Method for Combined Failure Modes of Rigid-Plastic Beams[J]. Journal of Impact Engineering,2007,34(6):1081-1094.

(责任编辑 周雪梅)